



CRYPTOGRAPHIE

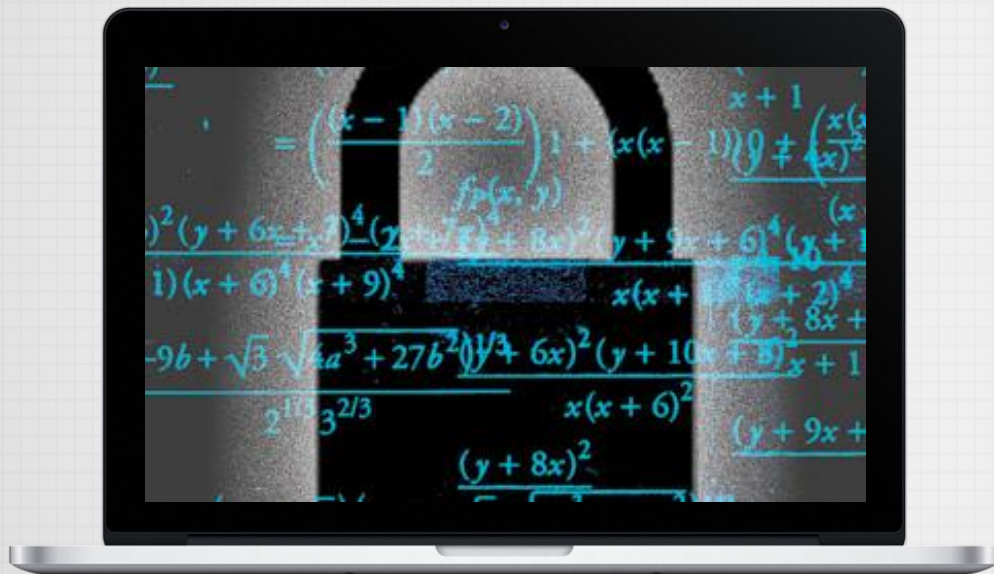
ISN | 2012/2013



GREGORY LINFORD



INTRODUCTION: LA CRYPTOGRAPHIE



LA CRYPTOGRAPHIE ASSURE LA CONFIDENTIALITÉ, L'AUTHENTICITÉ ET L'INTÉGRITÉ DES MESSAGES.

CRYPTOGRAPHIE SYMETRIQUE

On parle d'algorithme symétrique lorsque la même clé sert à la fois à chiffrer et déchiffrer un message.

CRYPTOGRAPHIE ASYMETRIQUE

Dans ce cas le message est chiffré par une clé dite publique et déchiffré par une clé dite privée.



LE RSA ? UN PEU D'HISTOIRE

A L'ORIGINE

Le système de cryptage RSA a été inventé en 1978 par Ron Rivest (Cryptologue américain), Adi Shamir 78 (Expert en cryptanalyse israélien) et Len Adleman (Chercheur en informatique et biologie moléculaire américain).

Ce fut le premier cryptage dit « asymétrique »

AUJOURD'HUI ?

Le RSA est aujourd'hui un système universel servant dans une multitude d'applications comme:

- Les télécommunications
- Transaction sécurisée sur Internet
- Finance
- Carte a puce
- Etc...

RON RIVEST ADI SHAMIR LEN ADLEMAN

1978
INVENTION

1983
BREVET DU M.I.T

21 SEPTEMBRE
2000
EXPIRATION DU BREVET



PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT DU RSA

1. GENERATION DES CLES

- Choisir 2 nombres premiers **p** et **q** du même ordre de grandeur.
- On calcule **n** : **n = p*q**
- On calcule **e** tel que **e** n'ai aucun facteur commun avec **(p-1)(q-1)**.
- On calcule **d** tel que **ed mod (p-1)(q-1) = 1**

2. CRYPTAGE

- Conversion d'un message **M** en nombre (Ascii ou autre)
- On découpe **M** pour que chaque partie soit inférieure à la longueur de **n**.
- On encrypte chaque partie avec la clé publique **(e, n)** : **Nx^e mod n**
- On rassemble les parties pour former la chaîne cryptée **C**.

3. DECRYPTAGE

- On redécoupe le message crypté **C** en formant des nombres inférieurs à **n**.
- On le decrypte avec la clé privée **(d, n)** : **Cx^d mod n**
- On rassemble les parties et on retrouve notre message **M**.



EXEMPLE : RSA

On prend deux nombres premiers : **p = 3** et **q = 47**

(Plus les nombres sont longs plus le « crackage » des clés est difficile.)

$$n = p * q = 3 * 47 = \mathbf{141}$$

$$f = (p-1)(q-1) = \mathbf{92}$$

$$e = ?$$

Algorithme d'Euclide :

Prenons nos deux nombres : 47 et 3

$$47 > 3 \text{ donc } : 47 = 3 * 15 + 2$$

$$3 > 2 \text{ donc } 3 = 2 * 1 + 1$$

$$\text{Donc PGCD}(47 ; 3) = 1$$

```
1 import java.math.BigInteger;
2 void main(){
3 // Les variables
4 int p = 47;
5 int q = 3;
6 int n = p*q ;
7 int f = (p-1)*(q-1) ;
8 int e = 14; //Theoreme de Bezout
9 int c = 0;
10 int d = -1;
11 ///////////////////////////////////////////////////////////////////
```

EXEMPLE : RSA (SUITE)

$p = 3$
 $q = 47$
 $n = 141$
 $f = 92$

$e = ?$

Théorème de Bézout :

Le Théorème de Bézout est très important dans le RSA car il permet de calculer e facilement. Il prouve l'existence d'une solution $a*u + b*v = \text{PGCD}(a,b)$

On cherche à calculer u et v tel que $47*u + 3*v = 1$

(a) $1 = 3 - 2 * 1$ (Démontré précédemment avec Euclide)

(b) $2 = 47 - 3 * 15$

On remplace (b) dans (a) :

$$1 = 3 - (47 - 3 * 15) * 1$$

$$1 = 3 (1 + 15) + 47 * (-1)$$

Donc on a bien $47*u + 3*v = 1$

avec $u = -1$ et $v = 16$

$$e = u + v$$

$$e = -1 + 16 = 15$$

```
12 // calcul du pgcd de p et q , et affichage
13 System.out.println("pgcd(" + p + ", " + q + ") = " + pgcd(p, q));
14 if (pgcd(p, q) == 1) {
15 //calcul du e
16 while(pgcd(f, e) != 1) {
17 e = e + 1 ;
18 }
```



EXEMPLE : RSA (SUITE - 2)

p = 3
q = 47
n = 141
f = 92
e = 15

On calcule d de la même manière que e mais avec comme nombres premiers e et f.

$$92 - 6 * 15 = 2$$

$$15 - 7 * 2 = 1$$

$$15 - 7 * (92 - 6 * 15) = 1$$

$$15 - 7 * 92 + 43 * 15 = 1$$

$$43 * 15 - 7 * 92 = 1$$

$$d = 43 \text{ car } -7 < 0$$

```
19 // verification des pgcd de f et e
20 System.out.println("pgcd(" + f + ", " + e + ") = " + pgcd(f, e));
21 //calcule du d
22 while(c != 1) {
23     d = d + 1 ;|
24     c = (e*d)%f;
25 }
26 // 1... 92 - 15 =
```

EXEMPLE : RSA (SUITE -3)



(e, n)

$(15, 141)$

CLE PUBLIQUE



(d, n)

$(43, 141)$

CLE PRIVEE

$p = 3$
 $q = 47$
 $n = 141$
 $f = 92$
 $e = 15$
 $d = 43$

EXEMPLE : RSA (SUITE -4)

On transforme un mot en ASCII.

isn = 105 115 110

Puis il nous faut découper la chaîne 105115110 en

« tranche » équivalent à la longueur de $n-1$ soit pour $n=141$ on découpera en « tranche » de 2.

La chaîne n'est pas un multiple de 2, je complète donc par un 0.

La chaîne finale prête à encrypter est :

1051151100

```
33 // la chaîne à encrypter en ASCII
34 println("Entrer un mot à encrypter");
35 String mots = readString();
36 char[] pc = mots.toCharArray();
37 int i = (int) pc[0];
38 int s = (int) pc[1];
39 int nn = (int) pc[2];
40 println("ASCII : " + i + s + nn);
```

```
60 // On complète par des 0 si nécessaire
61 String codestringfinal = null ;
62 if(codestring.length()%(n-1) == 0) {
63     codestringfinal = codestring;
64 } else {
65     int gg = codestring.length()%(nstring.length()-1);
66     int aa = Integer.parseInt(codestring);
67     int bb = (int) (aa) * (int)(Math.pow(10, gg));
68     codestringfinal = String.valueOf(bb);
69 }
70
```

$p = 3$
 $q = 47$
 $n = 141$
 $f = 92$
 $e = 15$
 $d = 43$
 $(15, 141)$
 $(43, 141)$

EXEMPLE : RSA (SUITE -5)

La chaine finale :

1051151100

Découpage :

10 51 15 11 00

On effectue le chiffrement avec la clé publique.

$M^e \bmod n$

Pour notre exemple:

$10^{15} \bmod 141 = 40$

On fait de même pour toutes les parties et on les réuni.

Notre chaine encryptée est: 40 81 30 137 0

$p = 3$

$q = 47$

$n = 141$

$f = 92$

$e = 15$

$d = 43$

$(15, 141)$

$(43, 141)$

```

74  /*
75  FAIRE L'ENCRYPTAGE (Decouper la chaine en n-1 ,
76  ex: si n fait 3 caractere
77  decouper tout les 2 caractere XX XX XX XX ,
78  dans ce cas n fait 3 caracteres (141)
79  */
80  String s1 = codestringfinal.substring(0, nstring.length()-1);
81  println("Premiere partie: " + s1 );
82  String s2 = codestringfinal.substring(nstring.length()-1, (nstring.length()-1)*2);
83  println("Deuxieme partie: " + s2 );
84  String s3 = codestringfinal.substring((nstring.length()-1)*2, (nstring.length()-1)*3);
85  println("Troisieme partie: " + s3 );
86  String s4 = null;
87  if (((nstring.length()-1)*4) > codestringfinal.length()) {
88  s4 = null;
89  } else {
90  s4 = codestringfinal.substring((nstring.length()-1)*3, (nstring.length()-1)*4);
91  println("Quatrieme partie: " + s4 );
92  }
93  String s5 = null;
94  if (((nstring.length()-1)*5) > codestringfinal.length()) {
95  s5 = null;
96  } else {
97  s5 = codestringfinal.substring((nstring.length()-1)*4, (nstring.length()-1)*5);
98  println("Cinquieme partie: " + s5 );
99  }
100 // conversion en INT des parties
101 int num1= Integer.parseInt(s1);
102 int num2= Integer.parseInt(s2);
103 int num3= Integer.parseInt(s3);
104 int num4= Integer.parseInt(s4);
105 int num5= Integer.parseInt(s5);
106 //encrypter la partie decouper^d modulo n
107 BigInteger num1mix = BigInteger.valueOf(num1).modPow(BigInteger.valueOf(e), BigInteger.valueOf(n));
108 BigInteger num2mix = BigInteger.valueOf(num2).modPow(BigInteger.valueOf(e), BigInteger.valueOf(n));
109 BigInteger num3mix = BigInteger.valueOf(num3).modPow(BigInteger.valueOf(e), BigInteger.valueOf(n));
110 BigInteger num4mix = BigInteger.valueOf(num4).modPow(BigInteger.valueOf(e), BigInteger.valueOf(n));
111 BigInteger num5mix = BigInteger.valueOf(num5).modPow(BigInteger.valueOf(e), BigInteger.valueOf(n));
112 // la chaine encrypter
113 System.out.println("Notre chaine encrypter est : " + num1mix + " " + num2mix + " " + num3mix+ " " + num4mix + " " + num5mix);
114

```



EXEMPLE : RSA (SUITE -6)

Notre chaîne encryptée est : 40 81 30 137 0

Pour décrypter notre chaîne, on utilise la clé privée.

Cette fois-ci on découpe de manière à ce qu'aucun nombre ne soit supérieur à n (141).

On décrypte de la manière suivante :

$C^d \bmod n$

Dans notre exemple : $40^{43} \bmod 141 = 10$

On effectue le même calcul avec les autres parties, notre chaîne décryptée est :

105115110

On retrouve bien notre mot "isn" en ASCII.

$$p = 3$$

$$q = 47$$

$$n = 141$$

$$f = 92$$

$$e = 15$$

$$d = 43$$

$$(15, 141)$$

$$(43, 141)$$



```

115  // // // DECRYPTAGE
116  // question decryptage oui ou non
117  System.out.println("Voulez vous decrypter la chaine ?");
118  String reponse1 = readString();
119  String oui = "oui" ;
120  //conversion oui et reponse1 en numero (hash)
121  int ouioui= oui.hashCode();
122  int reprep= reponse1.hashCode();
123  // si OUI
124  if (ouioui == reprep) {
125  // Decryptage avec la clé privée
126  BigInteger decr1 = num1mix.modPow(BigInteger.valueOf(d), BigInteger.valueOf(n));
127  BigInteger decr2 = num2mix.modPow(BigInteger.valueOf(d), BigInteger.valueOf(n));
128  BigInteger decr3 = num3mix.modPow(BigInteger.valueOf(d), BigInteger.valueOf(n));
129  BigInteger decr4 = num4mix.modPow(BigInteger.valueOf(d), BigInteger.valueOf(n));
130  BigInteger decr5 = num5mix.modPow(BigInteger.valueOf(d), BigInteger.valueOf(n));
131  System.out.println("Ascii de la chaine decrypter: " + decr1 + decr2 + decr3 + decr4 + decr5 );
132  } else {
133  System.out.println("....");
134  }
135
136  } else {
137  System.out.println("Les nombre ne sont pas premiers");
138  }
139
140  // // // // // // // // // // PGCD
141  }
142  static int pgcd (int a, int b) {
143
144  if(a<b) // on prend le premier argument plus grand
145  return (pgcd(b,a));
146  else if(b==0) // arrêt
147  return (a);
148  else // on poursuit l'algorithme
149  return (pgcd(b,a%b));
150  }

```

THE END

Source:

- Wikipedia
- http://fr.wikipedia.org/wiki/Rivest_Shamir_Adleman
- <http://villemin.gerard.free.fr/Crypto/RSA.htm>
- <http://docs.oracle.com/javase/6/docs/api/java/lang/Character.html>

Logiciel:

- Java's Cool
- Eclipse
- Microsoft Powerpoint 2010

